一种根据羽流扩张角判断火箭发动机海平面排气速度的方法*

袁浩翔[1]，闫东峰[2]，郭常超[3]

（1. 华东光电集成器件研究所，苏州 215163；
2. 中国民用航空飞行学院飞行技术学院，广汉 618307；
3. 西安近代化学研究所，西安 710065）

摘　要：近年，火箭发动机的非接触式测量研究受到各国的关注，但是主要关注点为火箭发动机的羽流温度场或振动力学研究，并未用于测量火箭发动机的排气速度。传统排气速度测量方法设备复杂，且长期没有其他方法作为参照。因此本文提出了一种利用羽流图像中扩张角测量结果，估算火箭发动机海平面排气速度的方法，该方法结合一维可压缩绝热流模型、大气背景下的普朗特-迈耶函数和布伦特算法。本文利用该方法得到羽流扩张角-海平面排气速度关系，并将其与传统方法测量结果进行对比，验证该方法的精度。估算结果显示海平面排气速度和羽流扩张角呈线性关系，与传统方法之间的相对误差小于 2%，因此，结果说明该估算方法具有较高精确度。

关键词：无接触式测量；火箭发动机射流；海平面排气速度；羽流阔扩张角；比冲

中图分类号：V430　　**文献标识码**：A　　文章编号：

A Determination Method for Rocket Motor Sea-Level Exhaust Velocity According to Plume Expansion Angle

YUAN Hao-xiang[1], YAN Dong-feng[2], GUO Chang-Chao[3]

(1. East China Institute of Optoelectronic Integrated Device, Suzhou 215163;
2. Flight Technology College, Civil Aviation Flight University of China, Guanghan 618307;
3. Xi’an Modern Chemistry Research Institute, Xi’an 710065)

Abstract: Global researchers have recently become interested in non-contact measurements of rocket motors, but the primary focus is on the rocket motor's temperature field or mechanical vibration. As a result, non-contact methods were seldom used to measure the exhaust velocity of the rocket motor. Traditional exhaust velocity measurements need complex equipment and have had few references for a lengthy time. Thus, a method for estimating the rocket motor sea-level exhaust velocity was offered, which makes use of the plume expansion angle measured in its image by integrating a one-dimensional compressible adiabatic flow model, the Prandtl-Mayer

---

收稿日期：2022-01-；修订日期：

通讯作者：袁浩翔，助理工程师，研究方向为电推进、结构与强度、电子系统及器件。

function in the ambient atmosphere, and the Brent algorithm. The relationship between the plume expansion angle and the sea-level exhaust velocity was determined in this study, and the results were compared to those obtained using the traditional method to verify the new method's accuracy. The estimation results showed that there was a linear relation between the sea-level exhaust velocity and the plume expansion angle, and the relative error compared to the tradition method is less than 2%. Therefore, it was shown this estimation method has a fairly good accuracy.

Key words: non-contact measurement; rocket motor jet flow; sea-level exhaust velocity; plume expansion angle; specific impulse

1 绪 言

无接触式测量具有不影响被测场、量程上限高、测量延迟低等优点，引起许多研究者的关注。但是在火箭发动机的相关研究中，大多集中在火箭发动机羽流温度场测量或振动力学研究[1-4]。航天科工六院提出一种凝相颗粒示踪法，通过该种测量方法可以得到羽流当中的凝相物颗粒的运动速度[5-6]，但是凝相颗粒速度和火箭发动机的排气速度并不相同。

而传统的比冲或排气速度测量方法利用推力架、流量计和称重台等大型复杂设备[7-8]，对点火前的或进入推力室前的火箭燃料进行称重，并在火箭发动机试车全程对推力进行记录，在试车结束后得到平均比冲或者平均排气速度。因此传统方法不仅操作设备和过程复杂、原理单一、无参照结果，并且无法测量火箭发动机瞬时排气速度。[8-10]

火箭发动机羽流在出口截面存在内外压差，在离开喷管后会发生扩散，因此属于一种超声速流体折转现象。综上，结合无接触式测量的优点，为丰富火箭发动机测量手段、拓展可测量物理量范围，本文从超声速射流折转角和马赫数关系的角度出发，以羽流图像为依据、结合出口截面当地声速和一维可压缩绝热管流模型，提出一种判断海平面排气速度的估算方法。并将其结果与传统海平面排气速度测量方法的结果对比，以验证估算结果的有效性。

2 判断具体方法和误差来源

2.1 估算理论和假设

将火箭发动机的羽流简化为连续桶型波串[11]，如图 1。此种射流形状是典型的低度欠膨胀射流[12]（即出口截面主流压强 p_e 和环境压强 p_a 之比 $1<n<1.15$），因此其羽流主流与发动机中轴线在第一个波串单元当中有一个初始折转角 δ。根据普朗特-迈耶关系，此转折角和马赫数具有一一对应关系，所以通过普朗特-迈耶函数的逆解能够得出出口截面羽流的马赫数 $M_{a,e}$[12]，再根据当地声速 $v_{a,e}$ 就可以得到羽流喷射速度 v_e 和 δ、出口截面温度 T_e 的函数关系。同时，一般情况下，因为火箭发动机喷管内流动速度极快，是绝热良好的冻结流，所以总焓守恒[11]，据此能够建立 v_e、T_e 和推力室温度 T_0 的关系。综上，将普朗特-迈耶函数和总焓守恒联立，可以利用羽流初始折转角 δ 求出海平面排气速度 v_e。

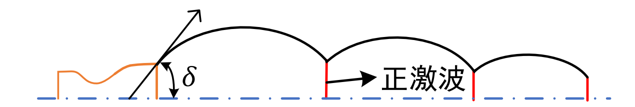


Fig.1 Plume Wave Series

由总焓表达式可知喷管的任意截面具有以下关系[11]：

$$h^* = h + \frac{v^2}{2} = c_p T + \frac{v^2}{2} \tag{1}$$

式中：h^*为单位质量总焓，单位为 J/kg；c_p 为定压比热,单位为 J/(kg·K)，在这里将火箭发动机燃气视作量热理想气体。所以对于同一台发动机而言，出口截面和推力室之间的能量关系可以表示如下:

$$c_pT_0+\frac{v_0^2}{2}=c_pT_e+\frac{v_e^2}{2} \tag{2}$$

式中：下标 0 代表推力室参数，下标 e 代表出口截面参数。因为与出口射流相比，推力室的燃气速度很低，所以 v_0 可以在式（2）中忽略，则式（2）简化及变形为如下形式：

$$\frac{v_e^2}{2}=c_p\left(T_0-T_e\right) \tag{3}$$

对于理想气体而言定压比热 c_p、定容比热 c_v、绝热系数 k、气体常数 R 的关系可以表示如下[13][14]：

$$\begin{cases} c_p-c_v=R \\ \dfrac{c_p}{c_v}=k \\ R=\mathrm{R_g}/M \end{cases} \tag{4}$$

式中：通用气体常数 $\mathrm{R_g}$=8.314 J/（mol • K），M 为该气体的摩尔质量，单位为 kg/mol。

结合马赫数定义 $M_a=v/v_a$ 和当地声速的表达式 $v_a=\sqrt{kRT}$，式（3）和式（4）联立可以得到

$$\begin{aligned} v_e^2&=\frac{k\mathrm{R_g}T_0}{M}\left(\frac{k-1}{2}+\frac{1}{M_{a,e}^2}\right)^{-1} \\ &=\frac{v_{a,0}^2}{M}\left(\frac{k-1}{2}+\frac{1}{M_{a,e}^2}\right)^{-1} \end{aligned} \tag{5}$$

式中：$M_{a,e}$ 即为出口截面马赫数，$v_{a,0}$ 为推力室的当地声速。根据普朗特-迈耶函数，图 1 所示的右伸波系中 $M_{a,e}$ 和出口截面的羽流扩散角 δ 关系可以具体描述如下：

$$\begin{aligned} \delta\left(M_{a,e}\right)=&\sqrt{\frac{k+1}{k-1}}\arctan\sqrt{\frac{k-1}{k+1}\left(M_{a,e}^2-1\right)} \\ &-\arctan\sqrt{M_{a,e}^2-1} \end{aligned} \tag{6}$$

[15]

一般认为式（6）不存在普适的连续可微的逆函数[16-17]，即 $M_{a,e}=M_{a,e}(\delta)$的存在性尚未被证明，所以本文采用布伦特法求 $M_{a,e}=M_{a,e}(\delta)$的数值解[18-19]。

2.2 误差来源分析

（1）测量误差

①取景角度和测量角度

因为摄像者和火箭发射台角度相对位置关系，所以在图像当中无法准确测量羽流切向角度（见图 3）。

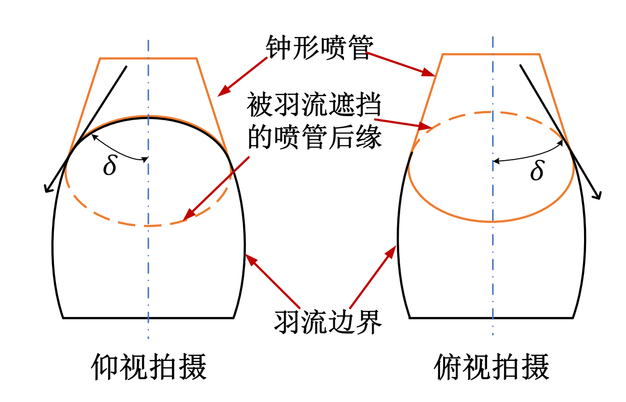


Fig.2 Errors caused by inclined viewing

②羽流的发光组分

对于液体火箭发动机而言，羽流组分和反应产物透明度较高。但是对于固体火箭发动机而言，羽流当中存在着铝、镁等物质，燃烧过程中会产生耀眼的亮光，所以固体火箭发动机的羽流会遮盖自身边界。

③喷管附近流体干扰视线

部分型号当中存在因为发动机内部发生壅塞导致的羽流湍流[15]，使得羽流结构发生非轴对称变化，如图 3 所示 A-4 火箭发动机羽流。

同时可能会存在羽流激波弓[11]，改变喷管附近的空气折射度，从而影响测量。

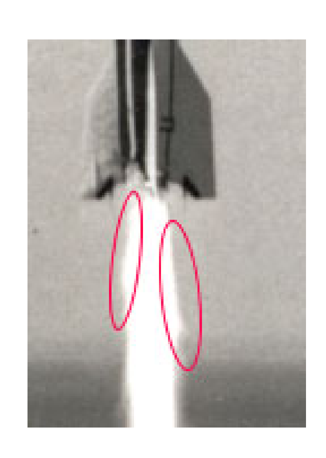


Fig.3 Asymmetric Vortexes near an A-4 Rocket Motor Nozzle [20]

（2）气体参数和发动机设计

本文所涉及的气体参数燃烧温度 T_0、绝热系数 k 和摩尔质量 M 来参考自[11]和[23]。T_0 的参考值是在一定压强下、组分为化学恰当油气比的条件下通过最小自由能法计算得来[21-22]，由于燃烧室工作压强和初始点火阶段油气比与理论假设具有一定偏差，所以 T_0 和实际火箭发动机的推力室温度并不相同。同时，实际火箭发动机喷管并非完全绝热，在出口截面燃气总焓相比推力室有所下降。并且液体火箭发动机推力具有可调节性，而固体火箭发动机同类推进剂组分多样，因此本文所取的 k 和 M 和实际工作状态有一定差距。同时，药型、热力循环、内部流场布局等设计方案较为复杂，可能会对出口截面流体性质产生影响。

（3）数值求解过程的误差

由于采用了布伦特方法对普朗特-迈耶函数求取逆解，所以产生了关于 $M_{a,e}$ 的后向误差，为了求取足够精确的出口截面马赫数，本文的后向误差设定为 $E_b(M_{a,e})\leqslant 1.0\times 10^{-5}$。

2.3 求解算法

综上，海平面排气速度估算过程分为两步：①利用普朗特-迈耶函数逆解通过布伦特方法求出出口截面马赫数，②利用一维绝热气体动力学关系求出海平面排气速度。输入参数分为三类：①气动几何参数，如羽流扩张角 δ；②推力室气体热力学参数，如推力室燃气温度 T_0、绝热系数 k 和摩尔质量 M；③数值计算参数，如后向误差 E_b。以上所述可见于图 4。

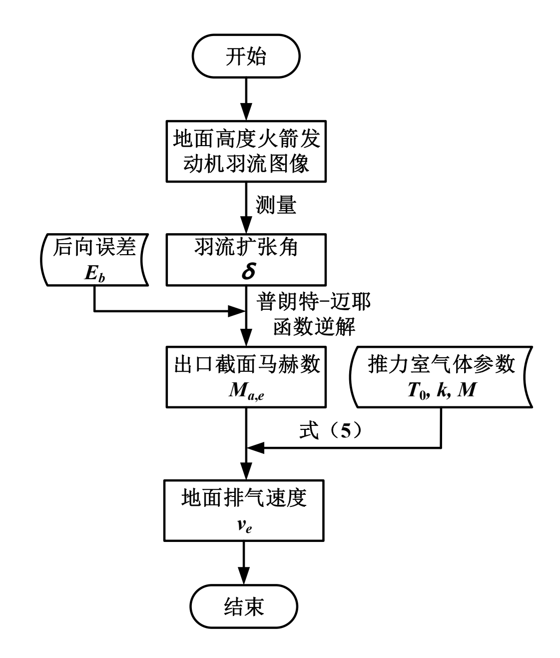


Fig.4 Estimation Progress of Sea-Level Exhaust Velocity

3 估测结果和传统方法测量结果对比

现取复合推进剂固体火箭发动机、肼类液体火箭发动机和乙醇液体火箭发动机各四个型号，其羽流图像、扩张角和型号分别可见图 5、图 6 和图 7。

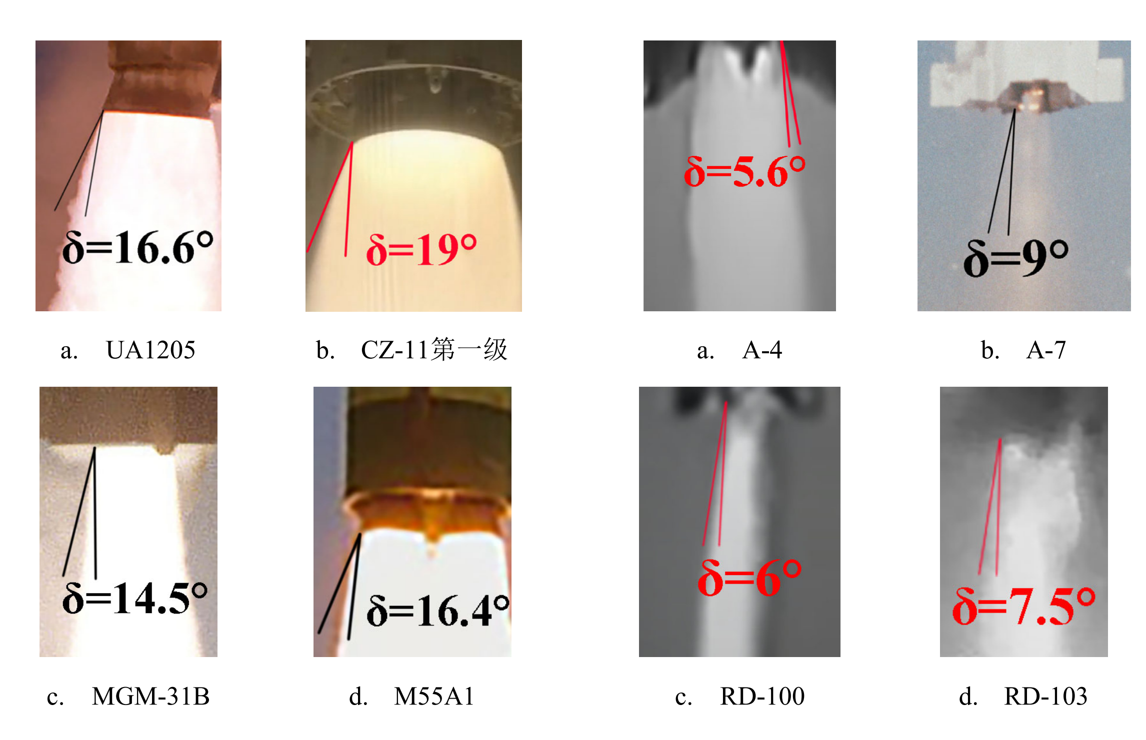
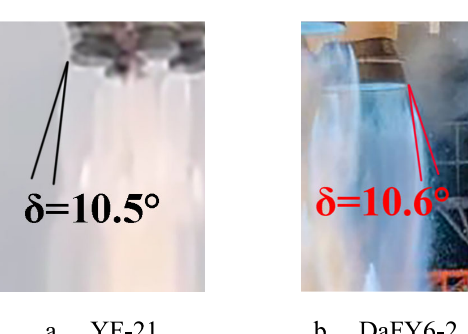


Fig.5 Solid Composite Propellant Rocket Motors' Plumes and Expansion Angles [23-26]

Fig.7 Liquid Ethanol Propellant Rocket Motors's Plume and Expansion Angles [31-34]



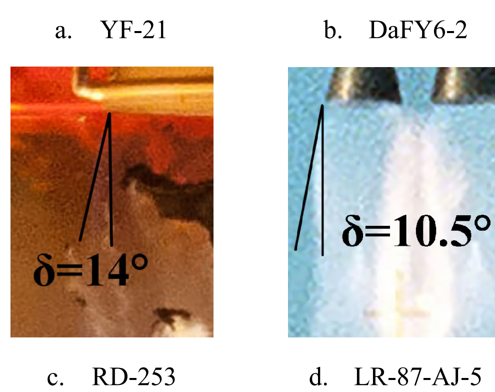


Fig.6 Liquid Hydrazine Propellant Rocket Motors's Plumes and Expansion Angles [27-30]

根据图 4，估算海平面排气速度需要推力室燃气热力学属性参数，见于表 1。

Table 1 Gas Characteristics inside Thrust Chamber [11, 35]

燃料种类	燃烧温度 T_0/K	绝热系数 k	摩尔质量 M/g·mol^{-1}
复合推进剂	3371	1.17	29.30
肼类	3300	1.24	21.80
高浓度乙醇	3373	1.13	22.88

图 5、6、7 所示的火箭发动机型号传统测量方法所得的海平面排气速度载于表 2。

Table 2 Sea-Level Exhaust Velocities of Variable Rocket Motors Measured by Traditional Method [36-38]

型号	海平面排气	型号	海平面排气

	速度/m·s^{-1}		速度/m·s^{-1}
UA1205	2315	CZ-11第一级	2430
MGM-31B	2145	M55A1	2317
YF-21	2540	DaFY6-2	2556
RD-253	2798	LR-87-AJ-5	2530
A-4	1959	A-7	2256
RD-100	1990	RD-103	2160

根据估算算法得到三种燃料的火箭发动机海平面排气速度-扩张角关系曲线和表 2 所述的各型号海平面排气速度的都可见图 8。图 8 显示：在海平面实验结果和估测算法结果当中，海平面排气速度和羽流扩张角呈线性关系。同时根据图 8，能够得到估测方法和传统方法结果的相对误差，见于表 3。从表 3 可以得出，羽流扩张角法和传统测量方法所得结果差别不大，相对误差在 0.08%~1.86%之间，因此相对误差小于 2%，据此可以认为羽流扩张角估测法具有较高的精度。

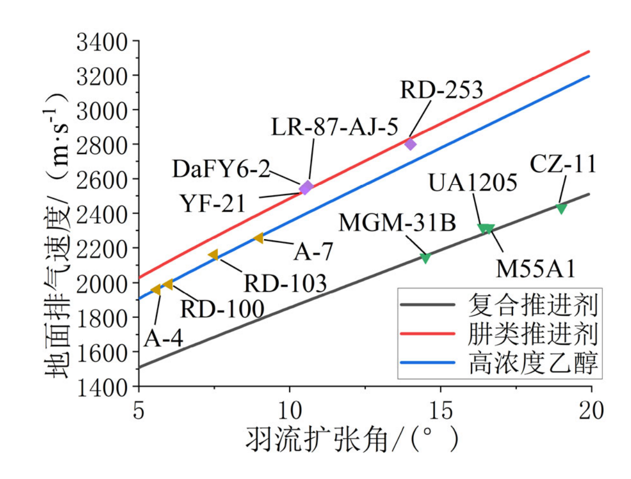


Fig.8 Plume vs. Sea-Level Exhaust Velocity Compared to Experimental Results

Table 3 Fractional Error between Plume-Expansion Method and Traditional Method

型号	相对误差	型号	相对误差
UA1205	0.99%	CZ-11第一级	1.86%
MGM-31B	1.46%	M55A1	0.63%
YF-21	0.46%	DaFY6-2	1.86%
RD-253	1.22%	LR-87-AJ-5	0.08%
A-4	0.19%	A-7	0.39%
RD-100	0.46%	RD-103	1.24%

4 结论

本文将推力室燃气特性和火箭发动机射流特性相结合，提出一种根据羽流扩张角判断火箭发动机海平面排气速度的估算方法。该方法包含了一维可压缩绝热流体模型、大气背景下的射流折转普朗特-迈耶函数和布伦特算法。

以复合推进剂火箭发动机、肼类火箭发动机和高浓度乙醇火箭发动机为例，利用该估算方法得出了海平面排气速度-羽流扩张角曲线；同时，通过该曲线的计算结果和推理架测量法所得结果对比。经过以上研究显示：

（1）所例举的三种火箭发动机的海平面排气速度和羽流折转角呈线性关系，比例约为 66.6~87.03m/(s·°)；

（2）估算方法和传统方法相比，相对误差不高于 2%，可以认为该方法能够为火箭发动机海平面排气速度提供一种精确度较高的非接触测量的理论依据。

参 考 文 献

[1] 陈　雨. 基于多波长光谱辐射火箭发动机燃气温度测试研究[D]. 西北工业大学,

2016.

[2] 孙晓刚,戴景民,丛大成,褚载祥．基于多光谱法的固体火箭发动机羽焰温度测量[J]．清华大学学报(自然科学版), 2003(07): 916-918+922.

[3] 赵晋平．液体火箭发动机羽焰光谱采集系统研究与应用[D]．中国科学院大学(工程管理与信息技术学院), 2016.

[4] 李斌潮,闫　松,李　锋．基于非接触测量的发动机喷管模态试验分析方法研究[A]．中国振动工程学会模态分析与试验专业委员会.第十六届全国模态分析与试验学术会议论文集[C]．中国振动工程学会模态分析与试验专业委员会：中国振动工程学会,2016: 4.

[5] 宫秀良．固体火箭发动机尾焰粒子流速测量方法[J]．硅谷, 2013, 6(05): 64-65.

[6] 黄家骥，银美秀，陆　明．浅谈固体火箭发动机尾焰粒子流速测量方法[J]．品牌(下半月), 2015(12): 103.

[7] 郭宵峰，李耀华等．液体火箭发动机试验[M]．北京：宇航出版社，1990: 118-144, 172-174.

[8] 薛　群，徐向东等．固体火箭发动机测试与试验技术[M]．北京：宇航出版社，1994: 143-263, 370.

[9] 布洛克利，史　维．航空航天科技出版工程 2 推进与动力[M]．北京：北京理工大学出版社, 2016: 209-214, 294-300.

[10]Blockley R, Shyy W. Encyclopedia of Aerospace Engineering [M]. *New York: John Wiley & Sons Limited*, 2010: 10.1002/9780470686652.eae100, 10.1002/9780470686652.eae111.

[11]萨　顿，比布拉兹．火箭发动机基础[M]．第七版．北京：科学出版社，2003: 34-36, 128-133, 466-467.

[12]赵承庆，姜　毅．气体射流动力学[M]．北京：北京理工大学出版社，1998: 129-132, 213-219.

[13]朱明善，刘　颖，林兆庄，彭晓峰．工程热力学 [M]．第二版．北京：清华大学出版社, 2011: 49-54.

[14]沈维道，童钧耕．工程热力学[M]．第四版．北京：高等教育出版社, 2007: 63.

[15]王保国，刘淑艳，刘艳明，于　勇．空气动力学基础[M]．北京：国防工业出版社, 2016: 109-112.

[16]Ozcan O, Edis F O, Aslan A R, Pinar I. Inverse Solutions of the Prandtl-Meyer Function [J]. *Journal of Aircraft*, 1994, 31(6): 1422-1424.

[17]Emanuel G. Comment on “Inverse Solutions of the Prandtl-Meyer Function” [J]. *Journal of Aircraft*, 1995, 32(5): 1168.

[18]Sauer T. Numerical Analysis [M]. *London: Pearson Education*, 2013: 72-77.

[19]Chapra S, Canale R. Numerical Methods for Engineers [M]. 6th Edition. *New York: McGraw-Hill Companies*, 2010: 159-164.

[20]Kahn M. Peenemünde Interviews Project [A/OL]. (2011-08-14)[2022-01-12]. https://sova.si.edu/record/NASM.1999.0038.

[21]Gordon S, McBride B J. Computer Program for Calculation of Complex Chemical Equilibrium Compositions and Applications: Ⅰ -Analysis[R]. *Cleveland, Ohio: NASA-Lewis Research Center*, 1994.

[22]唐金兰，刘佩进，胡松启，吕　翔．固体火箭发动机原理 [M]．北京：国防工业出版社, 2013: 43, 72-73.

[23]U.S. Department of Defense. Titan IIIC [DB/OL]. (2021-09-30)[2022-01-12]. https://en.wikipedia.org/wiki/Titan_IIIC.

[24]央视网．我国首枚固体火箭长征十一号首飞成功：发动机自主研制 达世界领先水平 [EB/OL]. (2015-09-25)[2022-01-12]. https://tv.cctv.com/2015/09/25/VIDE1443160082119259.shtml?spm=C53156045404.PKXC0xLPAnP9.0.0.

[25]U.S. Department of Defense. Pershing II [DB/OL]. (2021-09-01)[2022-01-22]. https://en.wikipedia.org/wiki/Pershing_II.

[26]Gunter D K. Minotaur-1 HAPS (OSP-SL

V)[DB/OL]. (2017-12-12)[2022-01-12]. https://space.skyrocket.de/doc_lau_det/minotaur-1_haps.htm.

[27]搜狐新闻. 长二丙“一箭三星”发射[EB/OL]. (2019-07-26)[2022-01-12]. https://www.sohu.com/picture/329545154.

[28]太空团队. 我国成功发射中星 9B 卫星[EB/OL]. (2021-09-09)[2022-01-22]. http://mbd.baidu.com/newspage/data/dtlandingwise?sourceFrom=reyi&nid=dt_3448331944429153002.

[29]Kiseleva M. MLM Nauka | Proton-M [DB/OL]. (2021-07-19)[2022-01-12]. https://everydayastronaut.com/mlm-nauka-proton-m/.

[30]U.S. Department of Defense. Titan II [DB/OL]. (2014-01-14)[2022-01-12]. https://media.defense.gov/2014/Jan/24/2000881631/-1/-1/0/140124-F-DW547-006.JPG.

[31]Neufeld M J. The First Launch of a V-2 Rocket from America [EB/OL]. (2021-04-16)[2022-01-12]. https://www.smithsonianmag.com/air-space-magazine/first-v2-rocket-launch-america-was-75-years-ago-today-180977520/.

[32]NASA Johnson Space Center. Launch of Mercury-Redstone Vehicle 2 on Jan. 21, 1961 [DB/OL]. (2013-08-29)[2022-01-12]. https://images.NASA.gov/details-s61-01942.

[33]Dobryansky A. R-1, Rocket, Old Technical Recording. Part 4. (Ракета Р-1) [EB/OL]. (2013-02-08)[2022-01-12]. https://www.youtube.com/watch?v=08FFXxnvT98.

[34]Anatoly Zak. The R-5 Ballistic Missile [DB/OL]. (2017-12-14)[2022-01-12]. http://www.russianspaceweb.com/r5.html.

[35]Rogério P, Souto C d’A, Almeida D S, Pagliuco C M M, de Araújo T B, Pfüetzenreuter L, Langel G. Stability Assessment of L75 Lox-Ethanol Rocket Engine [J]. *Journal of the Brazilian Society of Mechanical Sciences and Engineering*, 2021, 43(11): 1-16.

[36]中国航天工业总公司《世界导弹与航天发动机大全》编辑委员会. 世界导弹与航天发动机大全[M]. 北京：军事科学出版社, 1999: 16, 147, 187, 382, 410.

[37]Sutton G P. History of Liquid Propellant Rocket Engines [M]. *Reston: AIAA*, 2006: 382.

[38]Global Security. CZ-11 Space Launch Vehicle [DB/OL]. (2021-04-11)[2022-01-14]. https://www.globalsecurity.org/space/world/china/cz-11-specs.htm.

[39]Fetter S. A Ballistic Missile Primer [R]. *College Park: University of Maryland*, 2002.